

М. К. Сагдатуллин, Д. В. Бережной

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

ssmarat@mail.ru

РАСЧЕТ НДС МНОГОСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК СРЕДНЕЙ ТОЛЩИНЫ

При построении физических моделей многослойных ортотропных оболочек используются всевозможные подходы, основанные как на различных гипотезах для каждого слоя оболочки [1 – 3], так и на единых гипотезах для всех слоев тонкостенной конструкции [2, 4 – 9]. В первом случае порядок разрешающей системы зависит от количества слоев. Во втором случае порядок системы не зависит от числа слоев, что открывает, в частности, возможности для эффективного применения МКЭ в расчетах ортотропных многослойных оболочек. Данный ортотропный многослойный конечный элемент (КЭ) получен на основе трехмерного изотропного восьмиузлового КЭ оболочки [10], состоящего в дискретизации трехмерных уравнений теории упругости в криволинейной системе координат и использовании некоторых оболочечных гипотез. Применение подобных подходов к расчету оболочек средней толщины посвящены работы [11 – 15], введение ортотропности в расчетную схему оболочек описано в публикациях [14 – 18], использование модели для расчета многослойных оболочек дано в работах [14 – 18].

В настоящей работе вводятся аппроксимации радиус-вектора, ковариантных и контравариантных базисных векторов, метрических тензоров, перемещений, тензоров деформаций и напряжений. Технология использования метода двойной аппроксимации по точкам суперсходимости и методика

“понижения порядка аппроксимаций” деформаций поперечного сдвига в трехмерной постановке подробно описаны в [10]. Гипотеза малости напряжений обжатия описана в приближенном виде, “упрощенный закон Гука”, связывающий напряжение обжатия с деформацией обжатия, не используется.

Определяется матрица упругих констант для ортотропного материала. Упругие характеристики и угол намотки могут быть в общем случае различны для каждого слоя конечного элемента. Описаны соотношения сборки матрицы жесткости для многослойного ортотропного КЭ.

Решено несколько тестовых задач, на которых апробируется работоспособность предложенного КЭ и проходит верификация с решениями других авторов. Результаты показали приемлемость применения данной методики для определения НДС тонкостенных конструкций. Исходя из полученных результатов, следует отметить, что разработанная численная методика исследования напряженно-деформированного состояния ортотропных многослойных оболочек сложной геометрии, дает результаты, хорошо согласующиеся с данными натурных испытаний. Следовательно, на ее основе можно рассчитывать подобные конструкции и получать достоверные результаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотин В. В., Новичков Ю. Н. *Механика многослойных конструкций*. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.
2. Григолюк Э. И., Куликов Г. М. *Многослойные армированные оболочки. Расчет пневматических шин*. – М.: Машиностроение, 1988. – 288 с.
3. Соловьев С. С. *Конечноэлементная модель многослойной оболочки с анизотропными слоями переменной толщины* // Изв. вузов. Авиационная техника. – 1989. – № 4. – С. 71–75.

4. Алфутов Н. А., Зиновьев П. А., Попов Б. Г. *Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов*. – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с.
5. Васильев В. В. *Механика конструкций из композиционных материалов*. – М.: Машиностроение, 1988. – 270 с.
6. Григоренко Я. М., Василенко А. Т., Голуб Г. П. *Статика анизотропных оболочек с конечной сдвиговой жесткостью*. – Киев: Наукова Думка, 1987. – 216 с.
7. Пискунов В. Г. *Расчет неоднородных оболочек и пластин методом конечных элементов*. – Киев: Вища школа, 1987. 200 с.
8. Рикардс Р. Б. *Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин*. – Рига: Знание, 1988. – 284 с.
9. Рассказов А. О., Соколовская И. И., Шульга Н. А. *Теория и расчет слоистых ортотропных пластин и оболочек*. – Киев: Вища школа, 1986. – 191 с.
10. Голованов А. И., Сагдатуллин М. К. *Трехмерный конечный элемент для расчета тонкостенных конструкций* // Ученые записки Казанского государственного университета. Серия Физ.-мат. науки. – Казань, 2009. – Т. 151. – Кн. 3. – С. 121–129.
11. Бурман Я. З., Соловьев С. С. *Расчет упругопластического деформирования оболочек на основе теории течения и МКЭ* // Исследования по теории пластин и оболочек. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1990. – № 22. – С. 98–107.
12. Parish H. A. *Critical survey of the J-node degenerated shell element with special emphasis on thin shell application and reduced integration* // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 1979. – V. 20. – No 3. – P. 323–350.
13. Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., Too J. M. *Reduced*

integration technique in general analysis of plates and shells // Int. J. Num. Meth. Eng. – 1971. – V. 3. – P. 275–290.

14. Голованов А. И., Песочин А. В., Тюленева О. Н. *Современные конечно-элементные модели и методы исследования тонкостенных конструкций*. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2005. – 442 с.

15. Голованов А. И., Тюленева О. Н., Шигабутдинов А. Ф. *Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций*. – М.: Физматлит, 2006. – 392 с.

16. Голованов А. И., Бережной Д. В. *Метод конечных элементов в механике деформируемых твердых тел*. – Казань: Изд-во “ДАС”, 2001. – 301 с.

17. Попов Б. Г. *Расчет многослойных конструкций вариационно-матричными методами: Учебное пособие*. – М.: Изд-во МГТУ, 1993. – 294 с.

18. Хечумов Р. А., Кеплер Х., Прокопьев В. И. *Применение метода конечных элементов к расчету конструкций: Учебное пособие для технических вузов*. – М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 1994. – 353 с.

Т. Р. Самерханов

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,
timerbulat1987@mail.ru*

ПОДЪЁМНАЯ СИЛА КРУГОВОГО ПРОФИЛЯ ВБЛИЗИ ЭКРАНА

Пусть в физической плоскости ζ непроницаемый крыловой профиль в форме круга единичного радиуса обтекается установившимся плоскопараллельным потенциальным потоком идеальной несжимаемой жидкости с известной скоростью на бес-